

Izvod funkcije - formule i zadaci -

2010/2011

Prvi izvod funkcije

Prvi izvod funkcije

Neka je $f : D \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ funkcija jedne realne promenljive i $x_0 \in D$.

Prvi izvod funkcije

Neka je $f : D \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ funkcija jedne realne promenljive i $x_0 \in D$.

Prvi izvod funkcije $f(x)$ u tački $x = x_0$

$$f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

Prvi izvod funkcije

Neka je $f : D \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ funkcija jedne realne promenljive i $x_0 \in D$.

Prvi izvod funkcije $f(x)$ u tački $x = x_0$

$$f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

Drugi izvod funkcije $f(x)$:

$$f''(x) = (f'(x))'$$

Prvi izvod funkcije

Neka je $f : D \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ funkcija jedne realne promenljive i $x_0 \in D$.

Prvi izvod funkcije $f(x)$ u tački $x = x_0$

$$f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

Drugi izvod funkcije $f(x)$:

$$f''(x) = (f'(x))'$$

n -ti izvod funkcije $f(x)$:

$$f^n(x) = (f^{n-1}(x))'$$

Određivanje prvog izvoda po definiciji

Zadatak 1*. Po definiciji naći prvi izvod funkcije $f(x) = x^2$.

Određivanje prvog izvoda po definiciji

Zadatak 1*. Po definiciji naći prvi izvod funkcije $f(x) = x^2$.

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + h) - f(x)}{h}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + h) + f(x)}{h} =$$

Određivanje prvog izvoda po definiciji

Zadatak 1*. Po definiciji naći prvi izvod funkcije $f(x) = x^2$.

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + h) - f(x)}{h}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + h) + f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x + h)^2 - x^2}{h} =$$

Određivanje prvog izvoda po definiciji

Zadatak 1*. Po definiciji naći prvi izvod funkcije $f(x) = x^2$.

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + h) - f(x)}{h}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + h) + f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x + h)^2 - x^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2xh + h^2 - x^2}{h}$$

=

Određivanje prvog izvoda po definiciji

Zadatak 1*. Po definiciji naći prvi izvod funkcije $f(x) = x^2$.

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + h) - f(x)}{h}$$

$$\begin{aligned}\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + h) + f(x)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x + h)^2 - x^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2xh + h^2 - x^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2xh + h^2}{h} =\end{aligned}$$

Određivanje prvog izvoda po definiciji

Zadatak 1*. Po definiciji naći prvi izvod funkcije $f(x) = x^2$.

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + h) - f(x)}{h}$$

$$\begin{aligned}\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + h) + f(x)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x + h)^2 - x^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2xh + h^2 - x^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2xh + h^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(2x + h)}{h} \\ &= \end{aligned}$$

Određivanje prvog izvoda po definiciji

Zadatak 1*. Po definiciji naći prvi izvod funkcije $f(x) = x^2$.

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + h) - f(x)}{h}$$

$$\begin{aligned}\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + h) + f(x)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x + h)^2 - x^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2xh + h^2 - x^2}{h} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2xh + h^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(2x + h)}{h} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2x + h}{1} =\end{aligned}$$

Određivanje prvog izvoda po definiciji

Zadatak 1*. Po definiciji naći prvi izvod funkcije $f(x) = x^2$.

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + h) - f(x)}{h}$$

$$\begin{aligned}\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + h) + f(x)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x + h)^2 - x^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2xh + h^2 - x^2}{h} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2xh + h^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(2x + h)}{h} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2x + h}{1} = 2x.\end{aligned}$$

Tablica prvih izvoda elementarnih funkcija

Tablica prvih izvoda elementarnih funkcija

$$c' = 0$$

Tablica prvih izvoda elementarnih funkcija

$$c' = 0$$

$$(x^a)' = ax^{a-1} \quad (a \neq 0)$$

Tablica prvih izvoda elementarnih funkcija

$$c' = 0$$

$$(x^a)' = ax^{a-1} \quad (a \neq 0)$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

Tablica prvih izvoda elementarnih funkcija

$$c' = 0$$

$$(x^a)' = ax^{a-1} \quad (a \neq 0)$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

Tablica prvih izvoda elementarnih funkcija

$$c' = 0$$

$$(x^a)' = ax^{a-1} \quad (a \neq 0)$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

Tablica prvih izvoda elementarnih funkcija

$$c' = 0$$

$$(x^a)' = ax^{a-1} \quad (a \neq 0)$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

Tablica prvih izvoda elementarnih funkcija

Tablica prvih izvoda elementarnih funkcija

$$(a^x)' = a^x \ln a \quad (a > 0)$$

Tablica prvih izvoda elementarnih funkcija

$$(a^x)' = a^x \ln a \quad (a > 0)$$

$$(e^x)' = e^x$$

Tablica prvih izvoda elementarnih funkcija

$$(a^x)' = a^x \ln a \quad (a > 0)$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a} \quad (a > 0, a \neq 1, x > 0)$$

Tablica prvih izvoda elementarnih funkcija

$$(a^x)' = a^x \ln a \quad (a > 0)$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a} \quad (a > 0, a \neq 1, x > 0)$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x} \quad (x > 0)$$

Tablica prvih izvoda elementarnih funkcija

$$(a^x)' = a^x \ln a \quad (a > 0)$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a} \quad (a > 0, a \neq 1, x > 0)$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x} \quad (x > 0)$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}} \quad (|x| < 1)$$

Tablica prvih izvoda elementarnih funkcija

$$(a^x)' = a^x \ln a \quad (a > 0)$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a} \quad (a > 0, a \neq 1, x > 0)$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x} \quad (x > 0)$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}} \quad (|x| < 1)$$

$$(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1 - x^2}} \quad (|x| < 1)$$

Tablica prvih izvoda elementarnih funkcija

Tablica prvih izvoda elementarnih funkcija

$$(\arctg x)' = \frac{1}{1+x^2}$$

Tablica prvih izvoda elementarnih funkcija

$$(\arctg x)' = \frac{1}{1+x^2}$$

$$(\text{arcctg } x)' = -\frac{1}{1+x^2}$$

Pravila za izvod funkcije

Pravila za izvod funkcije

$$(c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$$

Pravila za izvod funkcije

$$(c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$$

Pravilo za izvod zbira/razlike

$$(f(x) \pm g(x))' = f'(x) \pm g'(x)$$

Pravila za izvod funkcije

$$(c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$$

Pravilo za izvod zbiru/razlike

$$(f(x) \pm g(x))' = f'(x) \pm g'(x)$$

Pravilo za izvod proizvoda

$$(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

Pravila za izvod funkcije

$$(c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$$

Pravilo za izvod zbiru/razlike

$$(f(x) \pm g(x))' = f'(x) \pm g'(x)$$

Pravilo za izvod proizvoda

$$(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

Pravilo za izvod količnika

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)} \right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$$

Pravila za izvod funkcije

Pravila za izvod funkcije

Pravilo za izvod složene funkcije

$$(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

Zadatak 72.

Izračunati prve izvode sledećih funkcija:

Zadatak 72.

Izračunati prve izvode sledećih funkcija:

$$f(x) = 4x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 5x - 1$$

$$f'(x) =$$

Zadatak 72.

Izračunati prve izvode sledećih funkcija:

$$f(x) = 4x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 5x - 1$$

$$f'(x) =$$

$$f(x) = 2\sqrt{x} - \frac{2}{x} + \sqrt[3]{4}$$

$$f'(x) =$$

Zadatak 72.

Izračunati prve izvode sledećih funkcija:

$$f(x) = 4x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 5x - 1$$

$$f'(x) =$$

$$f(x) = 2\sqrt{x} - \frac{2}{x} + \sqrt[3]{4}$$

$$f'(x) =$$

$$f(x) = (x^3 + x^2 + x + 1)e^x$$

$$f'(x) =$$

Zadatak 72.

Izračunati prve izvode sledećih funkcija:

$$f(x) = 4x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 5x - 1$$

$$f'(x) =$$

$$f(x) = 2\sqrt{x} - \frac{2}{x} + \sqrt[3]{4}$$

$$f'(x) =$$

$$f(x) = (x^3 + x^2 + x + 1)e^x$$

$$f'(x) =$$

$$f(x) = \frac{x}{x^2 + 2}$$

$$f'(x) =$$

Zadatak 72.

Izračunati prve izvode sledećih funkcija:

Zadatak 72.

Izračunati prve izvode sledećih funkcija:

$$f(x) = e^{3x}$$

$$f'(x) =$$

Zadatak 72.

Izračunati prve izvode sledećih funkcija:

$$f(x) = e^{3x}$$

$$f'(x) =$$

$$f(x) = e^{-x}$$

$$f'(x) =$$

Zadatak 72.

Izračunati prve izvode sledećih funkcija:

$$f(x) = e^{3x}$$

$$f'(x) =$$

$$f(x) = e^{-x}$$

$$f'(x) =$$

$$f(x) = 3^{\sin x}$$

$$f'(x) =$$

Zadatak 72.

Izračunati prve izvode sledećih funkcija:

$$f(x) = e^{3x}$$

$$f'(x) =$$

$$f(x) = e^{-x}$$

$$f'(x) =$$

$$f(x) = 3^{\sin x}$$

$$f'(x) =$$

$$f(x) = \ln(x^2 + 3x)$$

$$f'(x) =$$

Zadatak 72.

Izračunati prve izvode sledećih funkcija:

Zadatak 72.

Izračunati prve izvode sledećih funkcija:

$$f(x) = \sin(2x + 1)$$

$$f'(x) =$$

Zadatak 72.

Izračunati prve izvode sledećih funkcija:

$$f(x) = \sin(2x + 1)$$

$$f'(x) =$$

$$f(x) = (\arcsin x)^2$$

$$f'(x) =$$

Zadatak 72.

Izračunati prve izvode sledećih funkcija:

$$f(x) = \sin(2x + 1)$$

$$f'(x) =$$

$$f(x) = (\arcsin x)^2$$

$$f'(x) =$$

$$f(x) = \ln \sqrt{\frac{1+3x}{1-3x}}$$

$$f'(x) =$$

Zadatak 72.

Izračunati prve izvode sledećih funkcija:

$$f(x) = \sin(2x + 1)$$

$$f'(x) =$$

$$f(x) = (\arcsin x)^2$$

$$f'(x) =$$

$$f(x) = \ln \sqrt{\frac{1+3x}{1-3x}}$$

$$f'(x) =$$

$$f(x) = \operatorname{arctg} \frac{2x}{1-x^2}$$

$$f'(x) =$$

Zadatak 73.

Prvi izvod funkcije $f(x) = \arctg \frac{1+x}{1-x}$ je:

Zadatak 73.

Prvi izvod funkcije $f(x) = \arctg \frac{1+x}{1-x}$ je:

a) $\frac{(1+x)^2}{x}$

b) $\frac{1+x}{1-x}$

c) $\frac{1}{1+x^2}$

d) $\frac{(1-x)^2}{2+2x^2}$

e) $\frac{x}{(1+x)(1-x)}$

f) $\frac{1-x}{1+x}$

g) $1+x^2$

h) $\frac{\arctg x}{x}$

Zadatak 73.

Prvi izvod funkcije $f(x) = \arctg \frac{1+x}{1-x}$ je:

- a) $\frac{(1+x)^2}{x}$
- b) $\frac{1+x}{1-x}$
- c) $\frac{1}{1+x^2}$
- d) $\frac{(1-x)^2}{2+2x^2}$
- e) $\frac{x}{(1+x)(1-x)}$
- f) $\frac{1-x}{1+x}$
- g) $1+x^2$
- h) $\frac{\arctg x}{x}$

Rešenje: c)

Zadaci

Zadaci

Zadatak 72. Izračunati prve izvode sledećih funkcija:

Zadatak 72. Izračunati prve izvode sledećih funkcija:

- $f(x) = 3\sqrt[5]{x^2} - x\sqrt{x} + \frac{2}{3}$,

Zadatak 72. Izračunati prve izvode sledećih funkcija:

- $f(x) = 3\sqrt[5]{x^2} - x\sqrt{x} + \frac{2}{3}$,
- $f(x) = 2^{\sin^3 x}$,

Zadatak 72. Izračunati prve izvode sledećih funkcija:

- $f(x) = 3\sqrt[5]{x^2} - x\sqrt{x} + \frac{2}{3}$,

- $f(x) = 2^{\sin^3 x}$,

- $f(x) = \sqrt[3]{\frac{1}{1+x^2}}$,

Zadatak 72. Izračunati prve izvode sledećih funkcija:

- $f(x) = 3\sqrt[5]{x^2} - x\sqrt{x} + \frac{2}{3}$,

- $f(x) = 2^{\sin^3 x}$,

- $f(x) = \sqrt[3]{\frac{1}{1+x^2}}$,

- $f(x) = \frac{\ln x}{x}$,

Zadatak 72. Izračunati prve izvode sledećih funkcija:

- $f(x) = 3\sqrt[5]{x^2} - x\sqrt{x} + \frac{2}{3}$,

- $f(x) = 2^{\sin^3 x}$,

- $f(x) = \sqrt[3]{\frac{1}{1+x^2}}$,

- $f(x) = \frac{\ln x}{x}$,

- $f(x) = e^{\frac{x}{x+1}}$.

Zadaci

Zadaci

Zadatak 74. Naći prvi izvod funkcije $f(x) = \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 x + \ln(\cos x)$.

Zadaci

Zadatak 74. Naći prvi izvod funkcije $f(x) = \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 x + \ln(\cos x)$.

Zadatak 75. Ako je $f(x) = x^2 + 3x + 2$ naći $f'(x)$, $f'(3)$, $f''(x)$, $f''(-2)$, $f'''(x)$ i $f'''(0)$.

Zadaci

Zadatak 74. Naći prvi izvod funkcije $f(x) = \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 x + \ln(\cos x)$.

Zadatak 75. Ako je $f(x) = x^2 + 3x + 2$ naći $f'(x)$, $f'(3)$, $f''(x)$, $f''(-2)$, $f'''(x)$ i $f'''(0)$.

Zadatak 76. Ako je:

- (i) $f(x) = (x + 10)^6$ naći $f'''(2)$;
- (ii) $f(x) = e^{2x-1}$ naći $f''(0)$.

Zadaci

Zadatak 74. Naći prvi izvod funkcije $f(x) = \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 x + \ln(\cos x)$.

Zadatak 75. Ako je $f(x) = x^2 + 3x + 2$ naći $f'(x)$, $f'(3)$, $f''(x)$, $f''(-2)$, $f'''(x)$ i $f'''(0)$.

Zadatak 76. Ako je:

- (i) $f(x) = (x + 10)^6$ naći $f'''(2)$;
- (ii) $f(x) = e^{2x-1}$ naći $f''(0)$.

Zadatak 78. Da li funkcija $f(x) = e^{-x} \cdot \cos x$ zadovoljava jednačinu $f^{(4)}(x) + 4f(x) = 0$?